



ارائه مدل طراحی شبکه با تقاضای الاستیک با استفاده از الگوریتم SA

شهریار افندی زاده، دانشیار دانشگاه علم و صنعت. تهران - نارمک - دانشگاه علم و صنعت ایران¹
مریم ابراهیمی، دانشجوی کارشناسی ارشد دانشگاه علم و صنعت. تهران - نارمک - دانشگاه علم و صنعت
ایران²

نوید کلانتری

¹zargari@iust.ac.ir, 02177451500

²maryam.ebraahimi@gmail.com, 09126499322

چکیده

یکی از روش‌هایی که متخصصین حمل و نقلی برای کاهش تراکم ترافیکی استفاده می‌نمایند، افزایش ظرفیت شبکه است که به دو صورت افزودن کمان‌های جدید به شبکه و یا بهبود کمان‌های حاضر در شبکه انجام می‌شود. هدف این مطالعه ارائه مدلی جدید برای حل مسئله طراحی شبکه پیوسته با در نظر گرفتن تقاضای انعطاف‌پذیر است. این مسئله که با عنوان مسئله CNDP شناخته می‌شود، در این مطالعه در قالب مدلی به صورت یک مسئله دو سطحی ارائه شده است که مسئله سطح بالا بیشینه کردن مازاد منافع مصرف‌کننده¹ و مسئله سطح پایین، مسئله تخصیص ترافیک با تقاضای انعطاف‌پذیر است. برای حل این مدل از الگوریتم گرم و سرد کردن شبیه‌سازی شده² استفاده شده است. مدل ارائه شده در این مطالعه برای دو شبکه فرضی حل شده و نتایج بدست آمده مورد تحلیل قرار خواهند گرفت. همچنین با انجام تحلیل حساسیت بر روی پارامترهای الگوریتم SA، مقدار بهینه پارامترها معرفی خواهند شد. در این مطالعه بر روی میزان بودجه نیز تحلیل حساسیت انجام شده است و در نهایت چگونگی تغییرات مقدار مازاد منافع مصرف‌کننده نسبت به تغییرات بودجه گزارش شده است.

کلید واژه: طراحی شبکه پیوسته، مازاد منافع مصرف‌کننده، الگوریتم گرم و سرد کردن شبیه‌سازی شده، تخصیص ترافیک.

¹ Consumer Surplus

² Simulated Annealing (SA)

مسئله طراحی شبکه از مسایل مهم مهندسی حمل و نقل است که سعی در بهبود و یا توسعه و گسترش شبکه حمل و نقل، با اضافه کردن کمان جدید به شبکه و یا بهبود کمان‌های موجود، تحت یکسری از محدودیت‌های موجود و منابع در دسترس، دارد. به طور کلی مسئله طراحی شبکه¹ به زیرساخت‌های حمل و نقلی با اضافه کردن کمان‌های جدید یا بهبود کمان‌های موجود می‌پردازد. چگونگی تعیین مکان و محل این کمان‌های جدید و نحوه افزایش ظرفیت کمان‌های موجود، از مسایل مشکلی است که سعی می‌کند تا هزینه کل سیستم را تحت بودجه‌ای محدود، کمینه نماید و یا منافع عمومی را تحت همین محدودیت بیشینه نماید، در حالی که رفتار انتخاب مسیر توسط استفاده‌کنندگان شبکه در نظر گرفته شده باشد. مسئله طراحی شبکه پیوسته² که افزایش ظرفیت بهینه برای زیرمجموعه‌ای از کمان‌های موجود را تعیین می‌کند، یکی از مسایل بسیار مشکل در مهندسی حمل و نقل است و تعیین جواب بهینه سراسری³ در این مسائل از اهمیت بالایی برخوردار است [1]، عبدالله و لبلانک یکی از اولین محققانی بودند که الگوریتم هوک و جیوز⁴ را برای حل CNDP پیشنهاد کردند [2]. چن و فلورین توابع حاشیه‌ای را که بوسیله مقدار بهینه تابع مسئله تعادلی سطح پایین تعریف می‌شد، به کار بردند [3]. با استفاده از این توابع، منگ و همکاران برنامه دوسطحی CNDP را به مسئله بهینگی پیوسته مشتق‌پذیر تک سطحی تبدیل کردند [4]. چيو در مقاله خود 4 روش مختلف برپایه گرادیان ارائه کرد تا به طور عمومی CNDP را حل کند [5]. وی نشان داد که نقاط کوهن-تاگر در مسئله CNDP را می‌توان به‌طور مؤثری از کاربرد روش‌های برپایه گرادیان⁵ در جستجوی محلی بدست آورد. در یکی از جدیدترین تحقیقات انجام شده در این زمینه زو و همکارانش [7] کاربرد دو الگوریتم SA و ژنتیک را در حل مسئله CNDP با یکدیگر مقایسه کرده‌اند. در مسئله طراحی شبکه اگر افزایش عرضه و یا همان افزایش ظرفیت کمان‌های شبکه بدون در نظر گرفتن تغییرات ایجاد شده بر میزان تقاضا انجام شود، ممکن است باعث اتلاف هزینه‌های زیادی گردد بدون آنکه تصمیم‌گیران شهری را به هدف مورد نظرشان نزدیک نماید. به طور کلی می‌توان به مسئله طراحی شبکه به عنوان سیاستی جهت مدیریت تقاضای سفر توجه نمود به طور مثال با اجرای سیاست طراحی شبکه می‌توان تقاضای سفر را از مسیری به مسیر دیگر منحرف نمود و تراکم ترافیک را از نواحی شلوغ مورد نظر دور نمود.

با توجه به اجتناب ناپذیر بودن تأثیر عرضه بر تقاضا و اینکه تا کنون برای حل مسئله CNDP با تقاضای الاستیک از الگوریتم SA استفاده نشده‌است، در این مطالعه مدلی جدید برای مسئله CNDP

¹ Network Design Problem (NDP)

² Continuous Network Design Problem (CNDP)

³ Global

⁴ Hook & Jeevs

⁵ توصیفات جزئی این الگوریتم‌های بر پایه گرادیان در کتاب بازارا و همکاران آمده است [6].

معرفی خواهد شد که با استفاده از آن بتوان مسئله CNDP را با تقاضای الاستیک مورد بررسی قرار داد.

2- فرمولبندی مسئله

در این مطالعه، یک مدل دو سطحی برای تعیین میزان افزایش ظرفیت کمان‌های شبکه معرفی خواهد شد که مسئله سطح بالا مازاد منافع استفاده‌کنندگان را پیشینه می‌نماید و مسئله سطح پایین یک مسئله تخصیص ترافیک با تقاضای انعطاف پذیر است [8]. مدل مورد نظر به صورت روابط (1) تا (7) است.

مسئله سطح بالا:

$$\max_e \quad CS = \sum_{w \in W} \int_0^{d_w(e)} D_w^{-1}(w) dw - \sum_{a \in A} t_a(v_a(e)) v_a(e) \quad (1)$$

$$s.t \quad 0 \leq e_a \leq e_a^{\max}, \quad a \in A' \quad (2)$$

$$\sum_{a \in A'} e_a \cdot c_a \leq a \left(\sum_{a \in A'} c_a \cdot e_{\max} \right) \quad (3)$$

مسئله سطح پایین:

$$\min_{d,v} \sum_{a \in A} \int_0^{v_a} c_a(w, e_a) dw - \sum_{w \in W} \int_0^{d_w(e)} D_w^{-1}(w) dw \quad (4)$$

$$s.t \quad \sum_{r \in R_w} f_r^w = d_w, \quad w \in W \quad (5)$$

$$v_a = \sum_{w \in W} \sum_{r \in R_w} f_r^w d_{ar}^w, \quad a \in A \quad (6)$$

$$f_r^w \geq 0, r \in R_w, w \in W \quad (7)$$

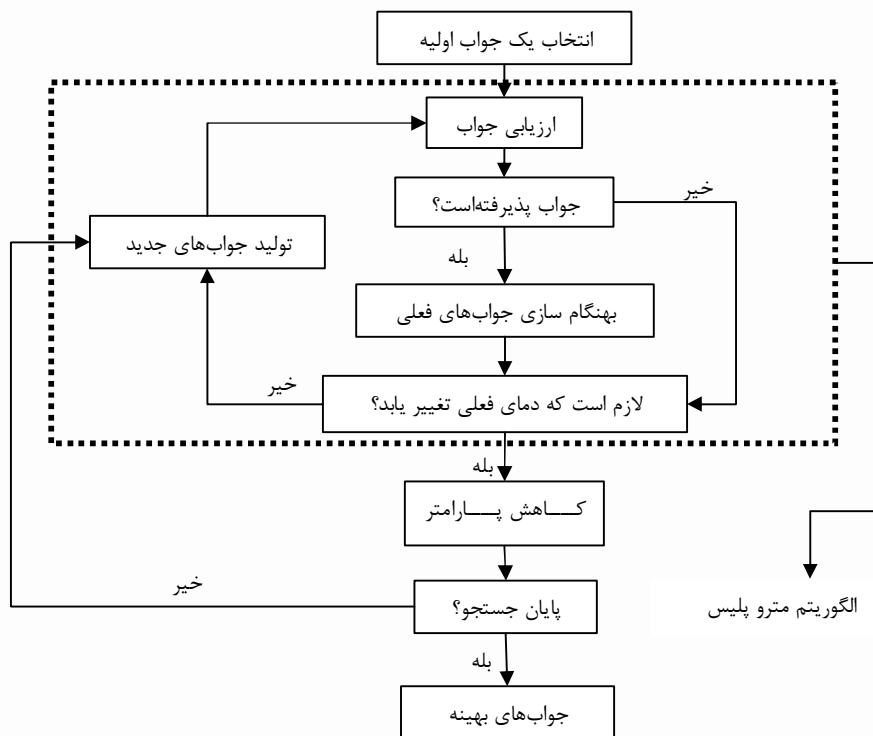
شبکه‌ای را فرض کنید که در آن، N تعداد گره‌ها و A مجموعه‌ی تمامی کمان‌های شبکه است، CS نشان دهنده مازاد منافع استفاده‌کننده بر حسب وسیله نقلیه در دقیقه است. e مقدار افزایش ظرفیت هر کمان است، W نشان دهنده‌ی مجموعه‌ی تمامی مبدأ-مقصدهای شبکه است و d_w مقدار تقاضا بین مبدأ و مقصد w است. D_w^{-1} معکوس تابع تقاضا است که برابر با هزینه سفر یا زمان سفر (دقیقه) بین هر مبدأ و مقصد w می‌باشد؛ e_{\max} حد بالا برای مقدار افزایش ظرفیت روی هر کمان و A' مجموعه کمان‌های کاندید افزایش ظرفیت است. c_a ظرفیت کمان a است. v_a نشان دهنده‌ی جریان روی کمان $a \in A$ و $t_a(v_a)$ تابع زمان سفر روی کمان $a \in A$ است که بر حسب جریان روی هر کمان یا همان v_a است. f_r^w جریان روی مسیر r بین مبدأ-مقصد w را نشان می‌دهد و R_w مجموعه‌ی تمامی مسیرهایی است که هر جفت مبدأ-مقصد $w \in W$ را به یکدیگر متصل

می‌نمایند. δ_{ar}^w پارامتر وقوع کمان است و در صورتی که برابر با یک باشد نشان دهنده‌ی این است که کمان a در مسیر r بین مبدأ-مقصد w قرار دارد، در غیر اینصورت آن را با صفر نشان می‌دهند. در مدل معرفی شده رابطه (2)، محدودیتی است که بازه مجاز را برای جواب‌های مورد نظر مشخص می‌نمایند ولی رابطه (3) محدودیتی است که مقدار افزایش ظرفیت را در شبکه کنترل می‌نماید، این محدودیت بیانگر این مطلب است که بودجه در اختیار برای افزایش ظرفیت کمان‌های شبکه، فقط به اندازه α برابر هزینه‌ای است که بتوان با استفاده از آن تمامی کمان‌های کاندید افزایش ظرفیت را، بهبود بخشید [9].

3- روش حل مدل ارائه شده با استفاده از الگوریتم SA

الگوریتم SA در شکل ابتدایی خود بر پایه شباهت بین نورد جامدات و حل مسائل بهینه‌سازی ترکیبی شکل گرفته‌است. روند کلی الگوریتم SA برای حل مدل ارائه شده، بدین صورت است [9]:

- 1- انتخاب یک جواب اولیه (جواب اولیه انتخابی می‌تواند آرایه‌ای با اعضای صفر باشد)
- 2- انتخاب شمارنده‌ای جهت کاهش پارامتر کنترلی $k=0$ ، در شکل (1) نشان داده شده‌است که الگوریتم SA از دو حلقه درونی تشکیل شده‌است. شمارنده k در واقع نشان دهنده کل تکرارهای کلی انجام شده الگوریتم برای رسیدن به جواب بهینه است.



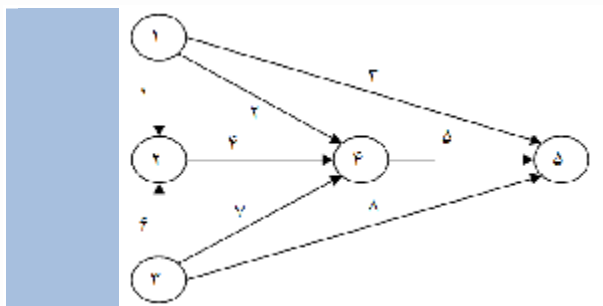
شکل (1) فلوچارت الگوریتم SA در این مطالعه

- 3- انتخاب روندی جهت کاهش پارامتر کنترلی (t_k پارامتر کنترلی در تکرار k می‌باشد).
- 4- انتخاب یک پارامتر کنترلی اولیه و یک پارامتر کنترلی پایانی
- 5- انتخاب تعداد تکرارها در هر پارامتر کنترلی M_k ، به تعداد تکرار حلقه درونی در شکل (1) باید انجام شود (اصطلاحاً به این حلقه الگوریتم متروپلیس [10] گفته می‌شود) و در هر بار اجرای این حلقه، مسئله سطح پایین و یا همان مسئله تخصیص ترافیک با تقاضای الاستیک، باید حل شود.
- 6- تکرار مراحل زیر تا زمانی که پارامتر کنترلی به پارامتر کنترلی پایانی برسد.
 - 1-6- قرار دهید $m=0$
 - 2-6- مراحل زیر را تکرار کنید تا $m=M_k$
 - 1-2-6- یک جواب جدید تولید کنید (جواب همسایه)، چگونگی انتخاب جواب همسایه در صحت عملکرد الگوریتم بسیار مؤثر است. جاب همسایه با استفاده از رابطه (8) قابل محاسبه است. اگر فرض شود که تمامی کمان‌های افزایش ظرفیت، برداری را تشکیل دهند به نام e ، e_i یکی از اعضای بردار مورد نظر و r عددی تصادفی بین صفر و یک است.

$$e_i = e_i + (2.r - 1) / 10 \quad (8)$$
 - 2-2-6- تفاوت مقدار تابع هدف را برای جواب قبلی و جواب جدید، Δ بنامید.
 - 3-2-6- اگر $\Delta \geq 0$ جواب جدید جایگزین جواب فعلی می‌شود و اگر $\Delta < 0$ جواب جدید با احتمال $\exp(\Delta/t_k)$ جایگزین جواب فعلی خواهد شد.
 - 4-2-6- قرار دهید $m=m+1$
 - 3-6- قرار دهید $k=k+1$
 - 4-6- پارامتر کنترلی را کاهش دهید.

4- مطالعه موردی

در این مطالعه از دو شبکه استفاده شده‌است، سعی شده‌است شبکه‌های مورد استفاده طوری انتخاب شوند که بتوانند طیف وسیعی از جواب‌های ممکنه را در مسئله طراحی شبکه پوشش دهند.



شکل (2) شبکه 8کمانی (شبکه 1)

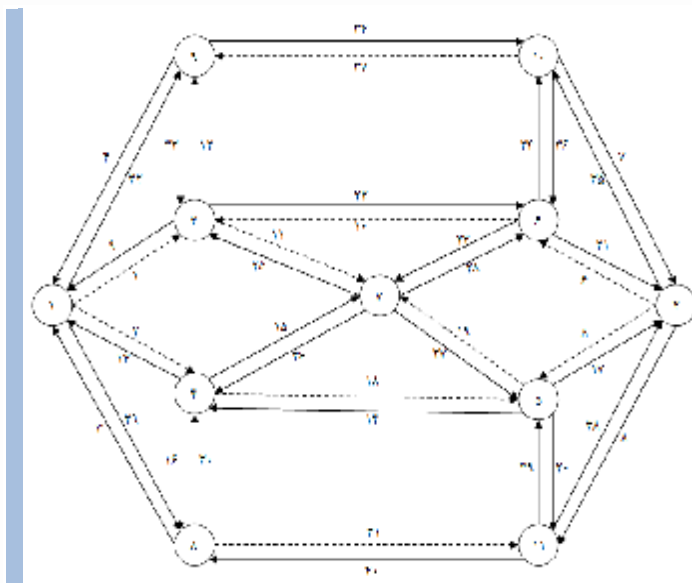
جدول (1) اطلاعات تقاضای شبکه 1

مسیر	D_w^0
1 به 5	5500
2 به 5	2000
3 به 5	6000
5 به 4	2000

جدول (2) زمان سفر آزاد روی هر کمان و پتانسیل ظرفیتی هر کمان در شبکه 1

کمان	1	2	3	4	5	6	7	8
t_a^0	10	23	42	10	15	10	23	42
C_a	1000	2000	3000	4000	6000	1000	2000	3000

در شبکه کوچکتر و یا همان شبکه 1، به دلیل کم بودن تعداد کمان‌های شبکه، تمامی کمان‌های شبکه کاندید افزایش ظرفیت هستند و در شبکه بزرگتر و یا شبکه 2، 10 کمان از میان کمان‌های شبکه، کاندید افزایش ظرفیت شده‌اند که عبارتند از 1، 2، 5، 6، 10، 11، 18، 19، 31 و 37.



شکل (3) شبکه 40 کمانی (شبکه 2)

جدول (3) اطلاعات تقاضای شبکه 2

مسیر	D_w^0
1 به 2	16000
7 به 1	9000
1 به 2	16000
7 به 2	9000

جدول (4) زمان سفر آزاد روی هر کمان و پتانسیل ظرفیتی هر کمان در شبکه 2

کمان	t_a^0	C_a	کمان	t_a^0	C_a	کمان	t_a^0	C_a	کمان	t_a^0	C_a
1	20	3000	11	6	2000	21	20	3000	31	30	4000
2	20	3000	12	20	4000	22	15	3000	32	30	4000
3	30	4000	13	20	3000	23	6	2000	33	20	4000
4	30	4000	14	15	3000	24	20	4000	34	30	4000
5	20	3000	15	6	2000	25	6	2000	35	30	4000
6	20	3000	16	20	4000	26	6	2000	36	20	4000
7	30	4000	17	20	3000	27	6	2000	37	30	4000
8	30	4000	18	15	3000	28	6	2000	38	30	4000
9	20	3000	19	6	2000	29	30	4000	39	20	4000
10	15	3000	20	20	4000	30	20	4000	40	20	4000

برای هر دو شبکه، تابع زمان سفر برای تمامی کمان‌ها و تابع تقاضای سفر، به ترتیب مطابق رابطه (9) و (10) است.

$$t = t^0 \left[1 + a \left(\frac{v_a}{c_a(1+e_a)} \right)^b \right] \quad (9)$$

$$d_w = \bar{D}_w \exp(-gm_w) \quad w \in W \quad (10)$$

در رابطه (9) و (10)، t متوسط زمان سفر برای طی یک کیلومتر از طول کمان a بر حسب دقیقه است، t_a^0 متوسط زمان سفر آزاد برای طی یک کیلومتر از طول کمان a ، x حجم جریان ترافیک بر حسب وسیله نقلیه همسنگ سواری برای یک متر عرض عبور در ساعت، C_a ظرفیت هر کمان و m_w کمترین زمان سفر بین مبدأ و مقصد w و بر حسب دقیقه است. در رابطه (9)، g پارامتر الاستیسیته است که برای شبکه کوچک از ضریب الاستیسیته 0.01 و برای شبکه بزرگتر از ضریب الاستیسیته 0.02 استفاده شده است. ضرایب α و β در رابطه (9) به ترتیب 0.05 و 4 فرض شده‌اند.

لازم به ذکر است که ضریب α در رابطه (3) برابر 0.4 در نظر گرفته شده است؛ ولی لازم است برای سیاست‌های مختلف مورد نظر در این مطالعه بر روی ضریب α تحلیل حساسیت صورت گیرد تا مشخص شود که با چه سطح بودجه‌ای می‌توان به بیشترین مقدار مازاد منافع مصرف کننده در شبکه دست یافت و بدین طریق سیاست‌های مختلف قابل اجرا را اولویت بندی نمود. همچنین میزان بیشترین افزایش ظرفیت هر کمان، e_a^{\max} ، در رابطه (2) برابر 0.2 در نظر گرفته شده است که این 20% افزایش ظرفیت با استفاده از انواع روش‌های ساماندهی معابر قابل اجرا است.

5- تحلیل حساسیت پارامترهای الگوریتم SA

در الگوریتم SA تعیین برخی پارامترها، می‌تواند به نوعی موفقیت الگوریتم را تضمین نماید [11] که عبارتند از جواب یا پیکربندی اولیه، پارامتر کنترلی اولیه و نهایی، تعیین جواب همسایه، چگونگی کاهش پارامتر کنترلی در هر مرحله و ماکزیمم تعداد تکرارهای مجاز. در این مطالعه از جواب اولیه صفر برای هر دو شبکه و رابطه $T^{k+1} = T^k \cdot a$ برای روند کاهش دما استفاده شده است. به منظور دستیابی به یک جواب بهینه، بر روی 4 پارامتر الگوریتم SA تحلیل حساسیت شده است. بدین منظور با در نظر گرفتن دو حالت بیشتر و کمتر نسبت به حالت پایه، برای هر پارامتر، 3 مقدار تعیین شده است که در جدول (5) قابل مشاهده است. حالت‌های کمتر و بیشتر بر اساس تعداد تکرارها نامگذاری شده‌اند به طور مثال با انتخاب پارامترهای حالت بیشتر، تعداد تکرارهای الگوریتم SA بیشتر از حالت پایه خواهد شد. تحلیل حساسیت انجام شده به دو صورت دو بعدی و سه بعدی است. تحلیل حساسیت دو بعدی بدین صورت است که ابتدا مقادیر پایه‌ای برای 4 پارامتر مورد نظر در نظر گرفته می‌شود و مقدار تابع هدف محاسبه می‌شود، سپس با تغییر دادن مقدار یکی از پارامترها و ثابت نگه داشتن دیگر پارامترها، مجدداً مقدار تابع هدف محاسبه می‌شود. خلاصه نتایج حاصل از این نوع

تحلیل در جداول (6) آورده شده است. علاقه‌مندان می‌توانند جهت بررسی نتایج کامل این پژوهش به مرجع [9] مراجعه نمایند.

جدول (5) سه مقدار در نظر گرفته شده برای پارامترهای الگوریتم SA.

حالت بیشتر (1)	حالت پایه (2)	حالت کمتر (3)	
50	30	20	تعداد تکرارها در هر دم (M)
0.95	0.9	0.85	ضریب کاهش دم (α)
0.001	0.002	0.005	دمای نهایی (T_s)
10	1	0.1	دمای اولیه (T_0)

جدول (6) خلاصه نتایج حاصل از تحلیل حساسیت دو بعدی

تابع هدف $\times 10^4$	T_s	T_0	α	M	
1.970498	0.001	1	0.9	30	بهترین پارامترهای شبکه (1)
1166.033	0.002	10	0.9	50	بهترین پارامترهای شبکه (2)

روند تحلیل حساسیت سه بعدی انجام شده در این مطالعه، بدین صورت است که با تغییر دو پارامتر M و α و ثابت فرض نمودن پارامترهای T_s و T_0 ¹، مقدار تابع هدف محاسبه شده و سپس حالت بهینه برای هر شبکه، گزارش می‌شود. مقدار تغییرات پارامترهای مورد نظر در تحلیل حساسیت سه بعدی و مقدار تابع هدف بدست آمده، در جدول (7) تا (10) آورده شده است.

جدول (7) تغییرات پارامترها و مقدار تابع هدف در تحلیل حساسیت سه بعدی در شبکه 1

تعداد تکرارها در هر دم (M)						ضریب کاهش دم (α)
50	40	30	20	10		
1.9684	1.9641	1.9584	1.9662	1.9673	0.85	
1.9719	1.9712	1.9725	1.9703	1.9653	0.87	
1.9671	1.9718	1.9705	1.9653	1.9699	0.9	
1.9738	1.9749	1.9739	1.9737	1.9703	0.92	
1.97488	1.9735	1.9699	1.9727	1.9721	0.95	

جدول (8) میزان افزایش ظرفیت کمان‌های شبکه 1

شماره کمان	1	2	3	4	5	6	7	8
میزان افزایش ظرفیت	0.18	0.19	0.02	0	0.01	0.19	0.15	0.18
ظرفیت جدید	1180	2380	3060	4000	6060	1190	2300	3540

¹ مقادیر در نظر گرفته شده برای هر پارامتر، مقادیری هستند که در تحلیل حساسیت دو بعدی، بیشترین مقدار تابع هدف با استفاده از آنها، حاصل شده است.

جدول (9) تغییرات پارامترها و مقدار تابع هدف در تحلیل حساسیت سه بعدی در شبکه 2

تعداد تکرارها در هر دما (M)					
50	40	30	20	10	
1152.360	1143.126	1132.326	1149.396	1132.309	0.85
1160.333	1156.109	1151.779	1147.751	1140.814	0.87
1166.033	1163.755	1163.091	1162.984	1142.36	0.9
1166.245	1163.320	1162.344	1153.107	1144.312	0.92
1168.191	1167.426	1165.541	1163.090	1160.311	0.95

ضریب کاهش دما (α)

جدول (10) میزان افزایش ظرفیت کمان‌های شبکه 2

شماره کمان	1	2	5	6	10	11	18	19	31	37
میزان افزایش ظرفیت	0	0.13	0.16	0	0.08	0.15	0.05	0.2	0.06	0.04
ظرفیت جدید	3000	3390	3480	3000	3240	2300	3150	2200	4240	4160

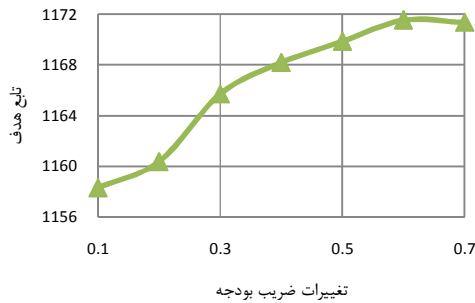
با توجه به نتایج بدست آمده از تحلیل حساسیت دو بعدی و سه بعدی انجام شده بر روی شبکه کوچکتر، می‌توان نتیجه گرفت با اجرای طراحی شبکه پیوسته در این شبکه، بیشترین مقدار تابع هدف برابر 1.97493×10^4 وسیله نقلیه در ساعت است که این مقدار نسبت به حالت پایه، 11% افزایش داشته است. بر روی شبکه بزرگتر با اجرای طراحی شبکه پیوسته، بیشترین مقدار تابع هدف برابر 1168.191×10^3 وسیله نقلیه در ساعت است که این مقدار نسبت به حالت پایه، 24.61% افزایش داشته است. با توجه به نتایج بدست آمده ملاحظه می‌شود که مقدار تابع هدف در شبکه بزرگتر با افزایش بیشتری نسبت به حالت پایه مواجه است. در این بخش از مطالعه بر روی ضریب α در محدودیت بودجه در رابطه (3)، تحلیل حساسیت انجام شد تا مشخص شود که با یک سطح بودجه مشخص، اجرای کدام یک از سیاست‌های زیر مقرون به صرفه‌تر هستند و تغییرات بودجه چه تأثیری بر مقدار مازاد منافع مصرف کننده خواهد داشت. در جدول (11) و (12) تغییرات تابع هدف با سطوح بودجه مختلف برای شبکه‌های مورد مطالعه نشان داده شده‌است.

جدول (11) تغییرات تابع هدف نسبت به تغییرات بودجه در شبکه 1

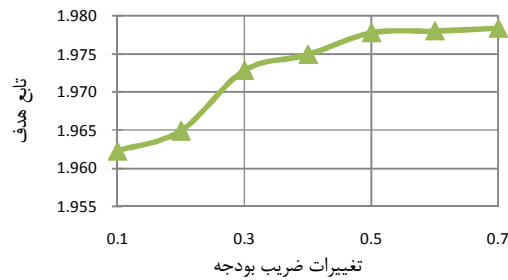
ضریب α	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7
مقدار تابع هدف $\times 10^4$	1.96443	1.97488	1.97798	1.97814	1.97940	1.97956	1.97962

جدول (12) تغییرات تابع هدف نسبت به تغییرات بودجه در شبکه 2

ضریب α	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7
مقدار تابع هدف $\times 10^2$	1162.89	1163.85	1167.95	1169.38	1172.44	1172.15	1173.45



نمودار (2) تغییرات تابع هدف نسبت به تغییرات بودجه در شبکه 1



نمودار (1) تغییرات تابع هدف نسبت به تغییرات بودجه در شبکه 2

در نمودارهای (1) و (2) دیده می‌شود که با افزایش میزان بودجه، تغییرات افزایشی در مقدار تابع هدف جزئی‌تر می‌شود. به طور مثال در نمودار (1) مشاهده می‌شود که در بازه‌ی تغییرات 0.1 تا 0.4 ضریب بودجه، مقدار افزایش تابع هدف کاملاً محسوس است ولی با افزایش ضریب بودجه از 0.5 تا 0.7 تغییر چندانی در مقدار تابع هدف ایجاد نمی‌شود. این نتایج بیانگر این مطلب هستند که برای بدست آوردن بیشترین مقدار تابع هدف لازم نیست که ظرفیت تمامی کمان‌های کاندید افزایش ظرفیت، 20 درصد افزایش یابد بلکه می‌توان با نصف آن مقدار بودجه، مقدار تابع هدف را به مقداری بسیار نزدیک به بیشترین مقدار ممکن رساند.

6- نتیجه‌گیری

در این مطالعه مدلی ارائه شده است که بتوان با استفاده از آن، میزان افزایش ظرفیت کمان‌های شبکه را با هدف بیشینه کردن مازاد منافع استفاده‌کننده بدست آورد. برای حل مدل از الگوریتم SA استفاده شده و برای دو شبکه فرضی مدل مذکور حل شده است¹. برای دستیابی به یک نتیجه کامل بر روی پارامترهای الگوریتم SA و میزان بودجه در اختیار، تحلیل حساسیت انجام شده است. نتایج حاصل از حل مدل ارائه شده در هر دو شبکه مورد بررسی نشان می‌دهند که با اجرای طراحی شبکه پیوسته، مازاد منافع استفاده‌کننده افزایش یافته است ولی روند انتخاب کمان‌های شبکه برای افزایش ظرفیت، با یکدیگر متفاوت است. بر اساس نتایج حاصله، در شبکه 1 با کمترین سطح بودجه، ابتدا کمان‌های حواشی مرکز یعنی کمان‌های 1 و 6، افزایش ظرفیت داشته‌اند و سپس با افزایش سطح بودجه، ابتدا کمان‌های 2 و 7 و سپس کمان‌های موازی مسیرهای منتهی به مرکز یعنی 3 و 8، علاوه بر ظرفیت‌اش افزایش داشته و نهایتاً کمان 5 به عنوان آخرین کمان شبکه افزایش ظرفیت داشته است. در شبکه 2 با کمترین سطح بودجه، ابتدا کمان‌های منتهی به مرکز یعنی 11 و 19 ظرفیت‌شان افزایش داشته و با افزایش میزان بودجه، کمان‌های موازی مسیرهای منتهی به مرکز یعنی 10 و 18 و

¹ جهت حل مدل مذکور، از فضای برنامه‌نویسی C++ استفاده شده است.

در گام بعدی 4 کمان خروجی از مبادی 1 و 2 و در نهایت کمان‌های حواشی مرکز، یعنی 31 و 37 ظرفیت‌شان افزایش یافته است. دلایل زیادی برای توجیه تفاوت در روند افزایش ظرفیت کمان‌های در هر دو شبکه وجود دارد که یکی از مؤثرترین آنها را می‌توان در مبدأ بودن گره 7 در شبکه 2 بیان نمود. زیرا مرکز در شبکه 1 یعنی گره 5، مقصدی برای دیگر مبادی شبکه است ولی در شبکه دوم این وضعیت متفاوت بوده و مرکز شبکه نه تنها مقصد دیگر مبادی است بلکه خود نیز تولید سفر دارد. مسئله دیگر این است که در شبکه اول کمان‌های منتهی به مرکز بیشترین مقدار پتانسیل ظرفیتی را دارا هستند و این مسئله در شبکه دوم کاملاً متفاوت بوده و کمان‌های منتهی به مرکز دارای کمترین پتانسیل ظرفیتی هستند. از آنجایی که محدودیت بودجه لحاظ شده در این مطالعه رابطه‌ای مستقیم با پتانسیل ظرفیتی کمان‌های شبکه دارد، می‌توان نتیجه گرفت که بهمین دلیل است که در شبکه دوم کمان‌های منتهی به مرکز اولین کمان‌هایی هستند که ظرفیت‌شان افزایش داشته است. از طرفی در شبکه دوم کمان‌های حواشی مرکز یعنی 31 و 37 نه تنها پتانسیل ظرفیتی بالایی دارند بلکه زمان سفر بالایی نیز دارند که این خود مزید بر علت است.

به طور خلاصه می‌توان نتیجه گرفت که در طراحی شبکه پیوسته با تقاضای الاستیک، نمی‌توان دقیقاً بیان نمود که کدام کمان‌های شبکه برای افزایش ظرفیت در اولویت هستند و نمی‌توان انتظار داشت که با استفاده از یک مدل مشترک بر روی هر نوع شبکه‌ای، جواب‌های یکسانی بدست آید.

عوامل بسیاری در نتیجه حاصل شده دخیل هستند که عبارتند از،

- مشخصات شبکه (تعداد و مکان مبدأ و مقصدهای شبکه)
- چگونگی تعریف محدودیت بودجه در نظر گرفته شده
- زمان سفر آزاد کمان‌های شبکه، پتانسیل ظرفیتی کمان‌های شبکه
- کمان‌های کاندید در نظر گرفته شده در یک شبکه بزرگ (در نظر گرفتن تمامی کمان‌های شبکه مقرون به صرفه نیست)
- مقارن بودن شبکه

یکی دیگر از نتایج بدست آمده در این مطالعه، نتایج حاصل از تحلیل حساسیت‌های انجام شده بر روی پارامترهای الگوریتم SA است. با توجه به اینکه الگوریتم SA در صورت انتخاب پارامترهای مناسب، توانایی همگرایی به نقطه بهینه سراسری را دارد، در صورت استفاده از این الگوریتم، تعیین صحیح این پارامترها از اهمیت بالایی برخوردار خواهد بود. نتایج حاصل از تحلیل حساسیت‌های انجام شده نشان می‌دهد که برای شبکه 1 حدود 3500 تکرار و برای شبکه 2 حدود 9000 تکرار الگوریتم لازم بوده است و لازم به ذکر است که در هر تکرار، مسئله سطح پایین حل خواهد شد و این موضوع نشان می‌دهد که حل مسئله طراحی شبکه با استفاده از این الگوریتم، مستلزم صرف زمان و هزینه بسیاری است.

با توجه به اینکه در این مطالعه برای اولین بار مدل طراحی شبکه پیوسته با تقاضای الاستیک با استفاده از الگوریتم SA حل شده است، علاقه‌مندان می‌توانند از دیگر الگوریتم‌های فرا ابتکاری برای



حل مدل مذکور استفاده نمایند و نتایج را با نتایج حاصل از این مطالعه مقایسه نمایند. همچنین برای بررسی کامل‌تر این مدل، می‌توان از محدودیت هزینه دیگری استفاده نموده و بررسی کرد که تا چه اندازه تعاریف متفاوت از محدودیت هزینه، در نتایج حاصل از مسئله طراحی شبکه پیوسته دخیل است.



7- فهرست مراجع

- [1] Yang, H. and Q. Meng, (2000) "Highway pricing and capacity choice in a road network under a build-operate-transfer scheme", *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, Vol. 34, No. 3, pp-207-222.
 - [2] Abdulaal, M. and L. Leblanc, (1979) "Continuous network design models", *Transportation Research*, Vol 13, pp 136-176.
 - [3] Chen, Y., Florian, M., (1995) "A coordinate descent method for the bi-level O-D matrix adjustment problem", *International Transactions in Operational Research*, Vol 2, pp 165-179.
 - [4] Meng Q., Y.H.g., Bell M.G.H, (2001) "An equivalent continuously differentiable model and a locally convergence algorithm for the continuous network design problem", *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol 35, pp 83-105.
 - [5] Chiou, S. W. , (2005)"Bilevel programming for the continuous transport network design problem" *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 39, pp-361-383.
 - [6] Bazaraa, Mokhtar S. and et al, (2006)" *Nonlinear Programming: Theory and Algorithms*" ,third edition ed, New Jersey: John Wiley & sons.
 - [7] Xu, T. and et al, (2009) "Study on continuous network design problem using simulated annealing and genetic algorithm", *Expert Systems with Applications*, Vol. 36, No. 2, pp-1322-1328.
 - [8] SHEFFI, Y., (1985) "URBAN TRANSPORTATION NETWORKS: Equilibrium Analysis with Mathematical Programming Methods", prentice-hall, new jersey, p 400.
- [۹] ابراهیمی. مریم ، (1389) " مدل هم زمان طراحی شبکه پیوسته و قیمت گذاری در شبکه های شهری با استفاده از الگوریتم گرم و سرد کردن شبیه‌سازی شده"، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشکده عمران، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران.
- [10] Metropolis , N. et al., (1953)"equation of state calculations by fast computing machines",
 - [11] Yang, J. M. Xu, et al., (2009) "Sensitivity Analysis of Simulated Annealing for Continuous Network Design Problems", *Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology*, vol. 9, no. 3, pp-64-70.
 - [12] Michiels, W. and E. Aarts and J. Korst, (2007)," *Theoretical Aspects of Local Search (Monographs in Theoretical Computer Science*", Springer-Verlag, New York, Inc.



A model for optimal continuous network design problem with elastic demand by simulated annealing algorithm

Shahriar Afandizade
Maryam Ebrahimi
Navid Kalantari

Abstract

One way to reduce traffic congestion is to increase network capacity. This method, by adding new link to the network or improving the existing link is applicable. The purpose of this study is to provide a model that can determine the optimum capacity of links in the network with elastic demand. This problem is known as Continuous Network Design Problem(CNDP) in transportation. This model is formulated as a bi-level program. The objective function at the upper level is defined as maximize the consumer surplus and Simulated Annealing (SA) algorithm used to determine the optimal solution. The lower level problem is formulated as traffic assignment with elastic demand and Frank–Wolf method is used to solve it. In this study, two networks have been used to compare results. Also perform sensitivity analysis on the parameters of SA, In order to find optimal parameters. Finally, by sensitivity analysis on the budget, report the consumer surplus changes.

Keywords: Continuous network design, Consumer Surplus, traffic assignment, Simulated annealing algorithm.